

**Helyi tantervek
Matematika – 9. évfolyam**

**Összeállították a matematika-fizika munkaközösség tagjai:**

* **Bartha Dénesné**
* **Máté Tóth Attila**
* **Siető Andrea**
* **Sánta József**
* **Tisza Zsuzsanna**
* **Törkölyné Szabó Zsuzsa**

**2020. június**

# 9. évfolyam

A tanulókat ebben az időszakban lehet megnyerni a gazdasági fejlődés szempontjából meghatározó fontosságú természettudományos, műszaki, informatikai pályáknak.

A megismerés módszerei között továbbra is fontos a gyakorlati tapasztalatszerzés, de az ismertszerzés fő módszere a tapasztalatokból szerzett információk rendszerezése, igazolása, ellenőrzése, és az ezek alapján elsajátított ismeretanyag alkalmazása. A középiskola első évfolyamán sok, korábban már szereplő ismeret, összefüggés, fogalom újra előkerül, úgy, hogy a fogalmak definiálásán, az összefüggések igazolásán, az ismeretek rendszerezésén, kapcsolataik feltárásán és az alkalmazási lehetőségeik megismerésén van a hangsúly. Ezért a tanulóknak meg kell ismerkedniük a tudományos feldolgozás alapvető módszereivel. (Mindenki által elfogadott alapelvek/axiómák, már bizonyított állítások, új sejtések, állítások megfogalmazása és azok igazolása, a fentiek összegzése, a nyitva maradt kérdések felsorolása, a következmények elemzése.) A felsorolt célok az általános iskolai matematikatanítás céljaihoz képest jelentős többletet jelentenek, ezért is fontos, hogy változatos módszertani megoldásokkal tegyük könnyebbé az átmenetet.

A problémamegoldás megszerettetésének igen fontos eszközei lehetnek a matematikai alapú játékok. A gyerekek szívesen játszanak maradékos osztáson, oszthatósági szabályokon alapuló számjátékokat, és szimmetriákon alapuló geometriai, rajzos játékokat. Nyerni akarnak, ezért természetes módon elemezni kezdik a szabályokat, lehetőségeket. Olyan következtetésekre jutnak, olyan elemzéseket végeznek, amilyeneket hagyományos feladatokkal nem tudnánk elérni. A matematikatanításnak ebben a szakaszában sok érdekes matematikatörténeti vonatkozással lehet közelebb hozni a tanulókhoz a tantárgyat. A témakör egyes elemeihez kapcsolódva mutassuk be néhány matematikus életútját. A geometria egyes területeinek (szimmetriák, aranymetszés) a művészetekben való alkalmazásait megjelenítve világossá tehetjük a tanulók előtt, hogy a matematika a kultúra elválaszthatatlan része. Az ezekre a témákra fordított idő bőven megtérül az ennek következtében növekvő érdeklődés, javuló motiváció miatt. (A tantervben *dőlt* betűkkel szerepelnek ezek a részek.)

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jól tud problémákat megoldani. Gazdasági, sport témájú feladatokkal, számos geometriai és algebrai szélsőérték-feladattal lehet gyakorlati kérdésekre optimális megoldásokat keresni.

Ez az életkor már alkalmassá teszi a tanulókat az önálló ismeretszerzésre. Legyen követelmény, hogy egyes adatoknak, fogalmaknak, ismereteknek könyvtárban, interneten nézzenek utána. Ez a kutatómunka hozzájárulhat a tanulók digitális kompetenciájának növeléséhez, ugyanúgy, mint a geometriai és egyéb matematikai programok használata is.

A tanulók későbbi, matematika szempontjából nagyon különböző céljai, a fogalmi gondolkodásban megnyilvánuló különbségek igen fontossá teszik ebben a szakaszban a differenciálást. Az évfolyamok összetételének a bevezetőben vázolt sokszínűsége miatt nagyon indokolt csoportbontásban tanítani a matematikát.

Célok és feladatok

A 9. évfolyamon fontos cél az alapképességek továbbfejlesztése. El kell érni, hogy a szemléletes fogalmak többsége definiálásra kerüljön, azok tartalma tudatosuljon. A tételek kimondásakor a szükséges és elégséges feltételek megkülönböztetése történjen meg.

Másik fontos cél a kommunikációs készség továbbfejlesztése írásban és szóban egyaránt. A fejlesztésnek ki kell térnie arra, hogy a tanuló mások szóban vagy írásban közvetített gondolatait megértse, saját gondolatait megfelelően közvetítse. Mindezeket egyszerre fejleszthetjük és értékelhetjük a tankönyvi/feladatgyűjteményi szövegek értésével, az órai vitákban való érveléskészség, vitakészség fejlesztésével, a feladatmegoldások során a szóbeli válaszok, magyarázatok igénylésével. A matematikaórákon, a feladatmegoldásokban megfelelő pontossággal használtassuk az anyanyelvet, illetve a szaknyelvet, s fokozatosan bővítsük a jelölésrendszert.

Fontos, hogy a tanulók érezzék szükségét, hogy a feladatmegoldások helyességét ellenőrizzék, illetve amelyik feladatban az lehetséges, a várható eredményt előre megbecsüljék. A gyakorlati számításoknál is elkerülhetetlen kerekítés alkalmazásával el kell érnünk, hogy a tanulók reális eredményeket fogadjanak el. Folyamatosan fejlesztenünk kell a verbális kommunikáció mellett az igényes grafikus kommunikáció kialakítását is, megértetve a tanulókkal, hogy a jó gondolatok, megoldások semmit sem érnek, ha azt nem tudják valamilyen módon helyesen kinyilvánítani.

A matematika elemi fogalmait, összefüggéseit más tantárgyakban és a mindennapi életben is alkalmazzuk, éppen ezért nagy hangsúlyt kell fektetni az egyszerű, közérthető, frappáns alkalmazások megválasztására, mert ezzel a matematika hasznosságát mutatjuk meg.

Kiemelt fontosságú, hogy a már biztos számfogalomra építve eljussunk a valós szám fogalmához, beleértve a racionális és az irracionális számok fogalmának megértését. A számítások elvégzéséhez használtassuk a számológépet, tudatosítsuk az eszköz előnyeit és korlátait. A műveletek sorát bővíteni kell.

Folyamatosan nagy hangsúlyt kell fektetnünk a szövegértő képesség fejlesztésére, az algoritmikus gondolkodás erősítésére a szöveg alapján matematikai modellek készítésére. A kombinatorikus feladatok, a geometriai transzformációk, a megismert síkidomok tulajdonságaiban való tájékozódás, a valós számok halmazának megértése fejleszti a rendszerező képességet.

A geometria eszközeinek felhasználásával fejlesztenünk kell a tanulók síkban való tájékozódását, a 9. évfolyamon erre leginkább a geometriai transzformációk értése és alkalmazása ad lehetőséget. Fontos feladat a tervezés, a konstrukciós, analizáló képesség, valamint a diszkussziós igény kialakítása.

A függvényszemlélet fejlesztése a hozzárendelések szabályként való értelmezésével, valamint a függvénykapcsolatokhoz a megfelelő modell megkeresésével lehetséges. A transzformációk mint függvények értelmezése, a matematika különböző területei közötti kapcsolatok keresésére ad alkalmat.

Nagyon fontos cél a 9. évfolyamon is a sejtések megfogalmazása, új összefüggések felfedezése, a bizonyítási igény kialakítása, egyes tételek konkrét bizonyítása is.

A matematika iránti érdeklődés erősíthető az elemi számelmélet alapvető problémáival és a matematikatörténeti vonatkozásaival.

|  |  |
| --- | --- |
| **Témakör neve** | Óraszám |
| **Halmazok** | 10 |
| **Számhalmazok, műveletek** | 4 |
| **Hatvány, gyök** | 4 |
| **Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során** | 12 |
| **Arányosság, százalékszámítás** | 12 |
| **Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek** | 18 |
| **A függvény fogalma, függvénytulajdonságok** | 12 |
| **Geometriai alapismeretek** | 8 |
| **Háromszögek** | 6 |
| **Négyszögek, sokszögek** | 6 |
| **Transzformációk, szerkesztések** | 6 |
| **Leíró statisztika** | 10 |
| **Összes óraszám:** | 108 |

Témakör: **Halmazok,** óraszám: **10 óra**

### Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
* véges halmazok elemszámát meghatározza;
* alkalmazza a logikai szita elvét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* adott halmazt diszjunkt részhalmazaira bont, osztályoz;
* halmazokat különböző módokon megad;
* halmazokkal műveleteket végez, azokat ábrázolja és értelmezi.

### Fejlesztési feladatok és ismeretek

* Halmaz közös elem nélküli részhalmazokra bontása, példák ennek alkalmazására a matematikán belül, más tantárgyaknál és a mindennapi életben
* Halmaz megadása utasítással, elemek felsorolásával
* Halmazok közötti viszonyok ábrázolása, értelmezése
* Halmazok metszetének, uniójának, különbségének, komplementerének képzése, ábrázolása és értelmezése
* Két-három halmaz elemszámával kapcsolatos feladatok megoldása logikai szita segítségével
* Szemléletes kép végtelen halmazokról

### Fogalmak

alaphalmaz, részhalmaz, üres halmaz, halmazok egyenlősége, Venn-diagram; halmazműveletek: unió, metszet, különbség, komplementer halmaz; diszjunkt halmazok, halmaz elemszáma, logikai szita

### Javasolt tevékenységek

* Hétköznapi életből, más tantárgyakból vagy a matematikából vett, konkrétan vagy digitálisan megjelenített alaphalmazból megadott tulajdonságokkal rendelkező elemek válogatása
* Konkrét részhalmaz esetén a részhalmaz képzési szempontjainak megállapítása
* A történelem, a művészetek, a tudományok, a sport neves személyiségeinek kitalálása különböző tulajdonságok alapján
* Barkochba játék
* A „végtelen szálloda” mint modell
* Megszámlálhatóan végtelen számosságú halmazok elemei között egyértelmű hozzárendelés felfedeztetése, például a pozitív természetes számok halmazának számossága megegyezik a pozitív páros számok halmazának számosságával

Témakör: **Számhalmazok, műveletek,** óraszám: **4 óra**

### Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;
* ismer példákat irracionális számokra.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* a kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás műveleti azonosságokat helyesen alkalmazza különböző számolási helyzetekben;
* racionális számokat tizedes tört és közönséges tört alakban is felír;
* ismeri a valós számok és a számegyenes kapcsolatát;
* ismeri és alkalmazza az abszolút érték, az ellentett és a reciprok fogalmát;
* a számolással kapott eredményeket nagyságrendileg megbecsüli, és így ellenőrzi az eredményt;
* valós számok közelítő alakjaival számol, és megfelelően kerekít.

### Fejlesztési feladatok és ismeretek

* Műveleti azonosságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás), zárójelek helyes használata
* Tizedes törtek átírása közönséges tört alakba és viszont
* Irracionális számok szemléltetése
* Racionális számok elhelyezkedése számegyenesen
* Nyílt és zárt intervallumok fogalmának ismerete és alkalmazása
* Számok abszolút értékének, ellentettjének és reciprokának meghatározása
* Számológéppel elvégzett számítások eredményének előzetes becslése és nagyságrendi ellenőrzése
* Valós számok adott jegyre kerekítése
* Valós számok gyakorlati helyzetekben történő észszerű kerekítése

### Fogalmak

racionális szám, irracionális szám, valós szám, nyílt intervallum, zárt intervallum, abszolút érték, ellentett, reciprok

### Javasolt tevékenységek

* A számológép helyes használatának elsajátítása, például műveleti sorrend, zárójelek
* Írásban elvégzett műveletek ellenőrzése számológéppel
* Célszám megközelítése adott számjegyekkel, műveleti jelek és zárójelek használatával
* Tanulói kiselőadás a helyi értékes számírás kialakulásáról, a számjegyek kialakulásának történetéről
* A tanteremben vagy a tanterem környezetében végzett mérések esetén a megfelelő kerekítés alkalmazása
* Adott mérés elvégzése esetén a mérési hiba következményeinek vizsgálata

Témakör: **Hatvány, gyök,** óraszám: **4 óra**

### Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri és alkalmazza az egész hatvány fogalmát, azonosságait

### Fejlesztési feladatok és ismeretek

* Valós számok hatványozása pozitív egész kitevőre
* Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre
* A hatványozás azonosságainak megfigyelése, felfedezése
* A hatványozás azonosságainak bizonyítása konkrét alapszám és tetszőleges pozitív egész kitevő esetén
* Számok normálalakja
* Számolás normálalak segítségével

### Fogalmak

hatványalap, hatványkitevő, normálalak

### Javasolt tevékenységek

* Projektmunka: hányszor lehet félbehajtani egy nagyméretű papírt? Keresés az interneten, kísérlet végzése például egy teljes guriga vécépapírral
* Internetes forrásból származó, nagyon kicsi vagy nagyon nagy számokat tartalmazó cikkek valóságtartalmának megállapítása páros vagy csoportmunkában

Témakör: **Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során,** óraszám: **12 óra**

### Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* műveleteket végez algebrai kifejezésekkel;
* ismer és alkalmaz egyszerű algebrai azonosságokat;
* átalakít algebrai kifejezéseket összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával.

### Fejlesztési feladatok és ismeretek

* Műveletek egyszerű algebrai kifejezésekkel: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, egytagú kifejezések hatványa
* Műveleti azonosságok ismerete és alkalmazása egyenletek megoldása során
* Az (*a* + *b*)2, az (*a* – *b*)2 és az (*a* + *b*)(*a* – *b*) kifejezésekre vonatkozó nevezetes azonosságok ismerete és alkalmazása (például oszthatósági feladatokban, egyenletek megoldásában, függvények ábrázolásában)
* Algebrai kifejezések átalakítása összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával

### Fogalmak

összeg, tag, szorzat, tényező, egynemű kifejezés, együttható, teljes négyzet, polinom

### Javasolt tevékenységek

* „Gondolj egy számra, és én kitalálom” játék, matematikai bűvésztrükkök algebrai magyarázata
* Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek geometriai modellezése
* A nevezetes azonosságok geometriai megjelenítése
* Számolási „trükkök” a nevezetes azonosságok segítségével, például kétjegyű számok négyzetének, 99 · 101 típusú szorzat eredményének kiszámolása fejben

Témakör: **Arányosság, százalékszámítás,** óraszám: **12 óra**

### Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
* ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri és alkalmazza az egyenes és a fordított arányosságot.

### Fejlesztési feladatok és ismeretek

* Az egyenes és a fordított arányosság fogalmának ismerete és alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során
* Az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának felismerése és elkészítése
* Példák az egyenes és a fordított arányosságtól különböző arányosságokra (négyzetes, gyökös)
* Példák egy irányban vagy ellentétes irányban változó mennyiségpárokra a mindennapi életből
* Százalékszámítással kapcsolatos hétköznapi helyzetekhez (például háztartási bevételekhez, kiadásokhoz, pénzügyi fogalmakhoz, gazdasági folyamatokhoz) és más tantárgyakhoz köthető feladatok megoldása

### Fogalmak

egyenes arányosság, fordított arányosság, százalékalap, százalékérték, százalékláb

### Javasolt tevékenységek

* Összetett, valódi élethelyzetekkel kapcsolatos feladatok megoldása csoportmunkában, szükség esetén grafikon segítségével
* Háztartási számlák elemzése az azokon megjelenő egységárak és fizetendő összegek figyelembevételével

Témakör: **Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek,** óraszám: **18 óra**

### Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
* adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
* a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
* a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
* a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
* felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
* egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri és alkalmazza a következő egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, szorzattá alakítás;
* megold elsőfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket, elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszereket.

### Fejlesztési feladatok és ismeretek

* Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
* Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
* A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
* A kiválasztott modellben a probléma megoldása
* A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
* Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalmának ismerete
* Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet és egyenlőtlenség megoldása mérlegelvvel és grafikusan
* Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása behelyettesítéssel, közös együtthatók módszerével, grafikusan
* Elsőfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel, egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok megoldása (például út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keveréses feladatok, pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok)

### Fogalmak

alaphalmaz, megoldáshalmaz, mérlegelv

### Javasolt tevékenységek

* Szöveges feladatok megoldása több különböző úton, a különböző megoldások összehasonlítása előnyök és hátrányok szempontjából
* Hiányos, túlhatározott, illetve ellentmondó adatokat tartalmazó problémák vizsgálata
* Nyílt végű problémák megoldása
* Adott egyenlethez szöveges feladat alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában
* Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek és egyenletrendszerek grafikus megoldása során; a digitális eszközzel történő ábrázolás előnyeinek és hátrányainak megbeszélése

Témakör: **A függvény fogalma, függvénytulajdonságok,** óraszám: **12 óra**

### Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
* adott értékkészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* megad hétköznapi életben előforduló hozzárendeléseket;
* adott képlet alapján helyettesítési értékeket számol, és azokat táblázatba rendezi;
* táblázattal megadott függvény összetartozó értékeit ábrázolja koordináta-rendszerben;
* a grafikonról megállapítja függvények alapvető tulajdonságait.

### Fejlesztési feladatok és ismeretek

* Hétköznapi hozzárendelések megfigyelése, tulajdonságainak megfogalmazása: egyértelmű, kölcsönösen egyértelmű
* Függvény megadása, alapvető függvénytani fogalmak ismerete
* Függvényértékek meghatározása és táblázatba rendezése
* Függvények ábrázolása táblázat alapján
* Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására
* A grafikon alapján a függvény értelmezési tartományának, értékkészletének, minimumának, maximumának és zérushelyének megállapítása, a növekedés és fogyás leolvasása
* Lineáris függvény, másodfokú függvény, négyzetgyökfüggvény, fordított arányosságot leíró függvény (elemi függvények) grafikonja, tulajdonságai
* Elemi függvényekkel egyszerű függvénytranszformációs lépések végrehajtása: *f*(*x*) + *c*, *f*(*x* + *c*), *c*·*f*(*x*), |*f*(*x*)|
* Lineáris függvények hozzárendelési utasításának leolvasása grafikon alapján
* Egyszerű függvények esetén az *f*(*x*) = *c* alapján *x* meghatározása és ennek alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során
* Kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés megfordítása és a megfordított hozzárendelés ábrázolása

### Fogalmak

egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékkészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás

### Javasolt tevékenységek

* Összetett, valódi helyzetekkel, például demográfiai kérdésekkel, pénzügyi feladatokkal kapcsolatos grafikonok elemzése csoportmunkában
* Hétköznapi helyzetekben időben változó folyamatokkal kapcsolatos mérések végzése és a mért adatok ábrázolása koordináta-rendszerben (például hőmérséklet)
* A tanulók mindennapi életéhez kapcsolódó grafikonok ábrázolása és elemzése (például út-idő grafikon az iskolába való eljutásról)
* Egyszerű, másodfokú függvénnyel jellemezhető, gyakorlati helyzethez köthető szélsőérték-feladatok megoldása csoportmunkában, például adott hosszúságú spárgával bekeríthető maximális területű téglalap adatainak mérése, megfigyelése
* Függvények ábrázolása digitális eszköz segítségével
* Barkochba játék a függvényekkel kapcsolatos fogalmak használatával
* Szöveges feladatok megoldása grafikus úton
* Algebrai úton nem vagy nehezen megoldható egyenletek közelítő megoldása grafikus úton digitális eszköz segítségével

Témakör: **Geometriai alapismeretek,** óraszám: **8 óra**

### Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
* felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri és használja a pont, egyenes, sík (térelemek) és szög fogalmát;
* ismeri és alkalmazza a nevezetes szögpárok tulajdonságait;
* ismeri az alapszerkesztéseket, és ezeket végre tudja hajtani hagyományos vagy digitális eszközzel.

### Fejlesztési feladatok és ismeretek

* Két pont, pont és egyenes, két egyenes távolságának alkalmazása a síkban
* Egyenesek kölcsönös helyzetének ismerete és alkalmazása
* Nevezetes szögpárok tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcsszögek, egyállású szögek, váltószögek
* A szakaszfelező merőleges és a szögfelező mint ponthalmazok tulajdonságainak ismerete
* Dinamikus geometriai szoftver alkalmazásának előkészítése, használata
* Alapszerkesztések végrehajtása hagyományos vagy digitális eszközzel euklideszi módon: szakaszfelező merőleges, szögfelező, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése, szög másolása

### Fogalmak

pont, egyenes, sík, szögtartomány, hajlásszög, párhuzamos, merőleges, pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcsszögek, egyállású szögek, váltószögek, szakaszfelező merőleges, szögfelező

### Javasolt tevékenységek

* Az osztályteremben vagy a terem környezetében „egyenesek” kölcsönös helyzetének megadása, ezek távolságának megmérése
* Számszerű adatként csak a méretarányt tartalmazó térkép alapján valódi távolságok meghatározása, becslése
* Számszerű adatként csak méretarányt tartalmazó térképen adott helységektől (közelítőleg) egyenlő távolságra levő helységek megkeresése

Témakör: **Háromszögek,** óraszám: **6 óra**

### Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
* ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
* sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
* kiszámítja háromszögek területét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri és alkalmazza a háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei közötti kapcsolatokat; a speciális háromszögek tulajdonságait;
* ismeri és alkalmazza a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmakat és tételeket;
* ismeri és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását.

### Fejlesztési feladatok és ismeretek

* A háromszögek csoportosítása oldalak és szögek szerint
* Az alapvető összefüggések ismerete és alkalmazása háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között
* Speciális háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: szabályos, egyenlő szárú, derékszögű háromszög
* A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak, tételek ismerete és alkalmazása: oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt, illetve beírt kör
* Az oldalfelező merőlegesek és a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tétel bizonyítása
* A Pitagorasz-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása
* A Pitagorasz-tétel bizonyítása
* Háromszög területének kiszámítása

### Fogalmak

szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt kör, beírt kör

### Javasolt tevékenységek

* A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételek felfedeztetése szerkesztéssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával, páros vagy csoportmunkában
* Konkrét alakzatok átdarabolása más alakzattá páros vagy csoportmunkában
* A derékszögű háromszög oldalaira szerkesztett négyzetek átdarabolása a Pitagorasz-tételnek megfelelő módon, pitagoraszi tangramok vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával

Témakör: **Négyszögek, sokszögek,** óraszám: **6 óra**

### Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
* ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
* sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
* ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
* átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri és alkalmazza a szabályos sokszög fogalmát; kiszámítja a konvex sokszög belső és külső szögeinek összegét.

### Fejlesztési feladatok és ismeretek

* Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságainak ismerete, területének kiszámítása
* Konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételek ismerete, bizonyítása és alkalmazása
* Szabályos sokszög fogalmának ismerete
* Szabályos sokszög területe átdarabolással

### Fogalmak

trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög

### Javasolt tevékenységek

* Különböző típusú speciális négyszögek területének meghatározására vonatkozó formula felfedeztetése átdarabolással
* A belső és a külső szögösszegre vonatkozó tételek felfedeztetése, illusztrálása átdarabolással, hajtogatással vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével
* Projektmunka: lakás/iskola alaprajzának elkészítése méretarányosan

Témakör: **Transzformációk, szerkesztések,** óraszám: **6 óra**

### Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
* ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;
* alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismer példákat geometriai transzformációkra;
* ismeri és alkalmazza a síkbeli egybevágósági transzformációkat és tulajdonságaikat; alakzatok egybevágóságát;
* megszerkeszti egy alakzat tengelyes, illetve középpontos tükörképét, pont körüli elforgatottját, párhuzamos eltoltját hagyományosan és digitális eszközzel;
* geometriai szerkesztési feladatoknál vizsgálja és megállapítja a szerkeszthetőség feltételeit.

### Fejlesztési feladatok és ismeretek

* Példák ismerete geometriai hozzárendelésekre (merőleges vetítés, párhuzamos vetítés, merőleges affinitás, térkép, fényképezés)
* A tengelyes tükrözés, a középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás ismerete, tulajdonságaik
* A vektor fogalmának kialakítása a párhuzamos eltolás segítségével
* Az egybevágósági transzformációk alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában
* Háromszögek egybevágóságának alapesetei és ezek alkalmazása
* Négyszögek egybevágósága
* Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel; diszkusszió
* Gyakorlati feladatok megoldása egybevágóságok segítségével (például a sík parkettázása különféle síkidomokkal; szabásminta készítése, használata)

### Fogalmak

tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás, párhuzamos eltolás, egybevágóság, forgásszög, vektor, vektorok összege

### Javasolt tevékenységek

* Gyakorlati példák keresése geometriai hozzárendelésekre, például fényképezés, filmvetítés
* A középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás bemutatása mint két tengelyes tükrözés egymásutánja
* M. C. Escher és Victor Vasarely néhány interneten is elérhető alkotásának elemzése a szimmetriák szempontjából; hasonló módszerrel képek alkotása
* A sík parkettázása egybevágó háromszögekkel, négyszögekkel papírsablonok vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével
* A tengelyes vagy középpontos szimmetriára alapozó stratégiai játékok (például pénzforgatós, színezős) páros munkában

Témakör: **Leíró statisztika**

Javasolt óraszám: **10 óra**

### Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
* hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
* felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* adatsokaságból adott szempont szerint oszlop- és kördiagramot készít hagyományos és digitális eszközzel.

### Fejlesztési feladatok és ismeretek

* Statisztikai adatok gyűjtésének tervezése
* Statisztikai adatok gyűjtése hagyományos és internetes forrásból
* Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése középértékekkel hagyományos és digitális eszközzel
* A kapott adatok értelmezése, értékelése, egyszerű statisztikai következtetések
* Oszlop- és kördiagram értelmezése, valamint készítése hagyományos és digitális eszközzel
* Konkrét adatsokaság ábrázolásához, statisztikai kérdés megválaszolásához a megfelelő diagramtípus kiválasztása
* Kördiagramból oszlopdiagram készítése és viszont
* Grafikus manipulációk felismerése és javítása diagramok esetén

### Fogalmak

oszlopdiagram, kördiagram, átlag, medián, módusz

### Javasolt tevékenységek

* Adatgyűjtés megtervezése, például forgalomszámlálás vagy iskolai felmérés előkészítése
* A megtervezett statisztikai adatgyűjtés lebonyolítása, az eredmények szemléltetése grafikonok segítségével, a kapott eredmények értékelő bemutatása tanulói kiselőadás formájában
* Különböző adatsokaságok esetében annak vizsgálata, hogy ezek jellemezhetők-e az ismert középértékekkel
* Érvelés a tanuló saját érdemjegyei alapján különböző statisztikai jellemzők segítségével a kedvezőbb év végi jegyért
* Különböző sportágak értékelési rendszerének és statisztikáinak bemutatása tanulói kiselőadás keretében
* Osztályok/tantárgyak eredményeinek összehasonlítása érdemjegyek és ezek középértékei alapján
* Csoportmunka keretében adott céllal készülő, megtévesztő oszlop- és kördiagramok készítése, ezek szóbeli értékelése, javítása